

INTRODUÇÃO AO CÁLCULO — TERCEIRA AVALIAÇÃO

As respostas esperadas foram utilizadas como referência no processo de correção. Foram também consideradas corretas outras respostas que se relacionaram ao conjunto de ideias correspondentes às expectativas da banca quanto à abrangência e à abordagem do conhecimento. Respostas parciais também foram aceitas, sendo que a pontuação a elas atribuída considerou os diferentes níveis de acerto. A seguir, serão apresentadas as respostas esperadas oficiais da cada questão, seguida do critério de correção utilizado pela banca corretora.

QUESTÃO 1

(a) Substituindo os valores de z e w , tem-se $z+w=1+2i+\frac{3}{5}-\frac{1}{5}i=\frac{8}{5}+\frac{9}{5}i$.

(10, 0 pontos)

Critério de Correção:

O candidato que substituiu os valores de z e w utilizou as propriedades dos números complexos e obteve o resultado corretamente atendeu aos objetivos esperados.

(b) Determinando o conjugado \bar{z} de z e substituindo os valores de \bar{z} e w , tem-se

$$\bar{z} \cdot w = (1-2i)\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{5}i\right) = \frac{3}{5}-\frac{2}{5}-\frac{6}{5}i-\frac{1}{5}i = \frac{1}{5}-\frac{7}{5}i.$$

(10, 0 pontos)

Critério de correção:

O candidato que substituiu os valores de z e w , utilizou as propriedades dos números complexos e obteve o resultado corretamente atendeu aos objetivos esperados.

(c) Substituindo os valores de z e w , tem-se

$$\frac{z}{w} = \frac{1+2i}{\frac{3}{5}-\frac{1}{5}i} = \frac{5+10i}{3-i} = \frac{(5+10i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} = \frac{5+35i}{9+1} = \frac{5+35i}{10} = \frac{1}{2} + \frac{7}{2}i.$$

(5, 0 pontos)

Critério de correção:

O candidato que substituiu os valores de z e w , utilizou as propriedades dos números complexos e obteve o resultado corretamente atendeu aos objetivos esperados.

QUESTÃO 2

(a) Substituindo os valores de $x=1$ e $f(1)=25$, na expressão da função polinomial, tem-se

$$25 = 4 \cdot 1^4 - 2 \cdot 1^2 + k \Rightarrow k = 25 - 2 \Rightarrow k = 23.$$

(10,0 pontos)

Critério de correção:

O candidato que substituiu os valores de x e $f(1)$ na expressão da função polinomial e obteve o resultado corretamente atendeu aos objetivos esperados.

(b) Substituindo os valores de $x=2$, usando o teorema do resto que nos dá $f(2)=0$, tem-se

$$f(2)=0 \Rightarrow 4 \cdot 2^4 - 2 \cdot 2^2 + k = 0 \Rightarrow k = -64 + 8 \Rightarrow k = -56.$$

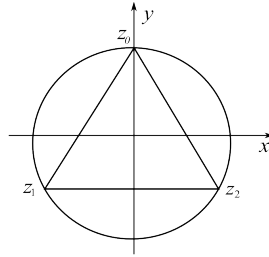
(15,0 pontos)

Critério de correção:

O candidato que substituiu os valores de $x=2$, igualou a equação a zero e obteve o resultado corretamente atendeu aos objetivos esperados.

QUESTÃO 3

(a) Considere a figura



Da figura segue que

$$\arg(z_0) = \frac{\pi}{2}, \quad \arg z_1 = \arg(z_0) + \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3} = \frac{7\pi}{6} \quad \text{e} \quad \arg(z_2) = \arg(z_1) + \frac{2\pi}{3} = \frac{7\pi}{6} + \frac{2\pi}{3} = \frac{11\pi}{6}.$$

(15, 0 pontos)

Critério de correção:

O candidato que obteve os valores dos argumentos dos números complexos z_0, z_1 e z_2 corretamente atendeu aos objetivos esperados.

(b) Pela forma trigonométrica, tem-se que

$$\begin{aligned} z_0 &= \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 + i = i, \\ z_1 &= \cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + i \operatorname{sen}\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - i \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{-\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \\ z_2 &= \cos\left(\frac{11\pi}{6}\right) + i \operatorname{sen}\left(\frac{11\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - i \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i. \end{aligned}$$

(10, 0 pontos)

Critério de correção:

O candidato que obteve os valores dos vértices z_0, z_1 e z_2 corretamente atendeu aos objetivos esperados.

QUESTÃO 4

(a) Da equação do ângulo, segue que $x = \frac{\pi}{3} - \operatorname{arcsen}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$.

(15, 0 pontos)

Critério de correção:

O candidato que simplificou a equação trigonométrica e determinou o valor de x corretamente atendeu aos objetivos esperados.

(b) Fazendo $\theta = \operatorname{arcsen}\left(\frac{1}{3}\right) \Rightarrow \operatorname{sen}(\theta) = \frac{1}{3}$. Da relação fundamental $\operatorname{sen}^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$, conclui-se que $\cos(\theta) = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. Portanto, $l = \cos\left(\operatorname{arcsen}\left(\frac{1}{3}\right)\right) = \cos(\theta) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

(10, 0 pontos)

Critério de correção:

O candidato que utilizou as propriedades trigonométricas e obteve a expressão corretamente atendeu aos objetivos esperados.