GEOMETRIA ANALÍTICA — TERCEIRA AVALIAÇÃO

As respostas esperadas foram utilizadas como referência no processo de correção. Foram também consideradas corretas outras respostas que se relacionaram ao conjunto de ideias correspondentes às expectativas da banca quanto à abrangência e à abordagem do conhecimento. Respostas parciais também foram aceitas, sendo que a pontuação a elas atribuída considerou os diferentes níveis de acerto. A seguir, serão apresentadas as respostas esperadas oficiais da cada questão, seguida do critério de correção utilizado pela banca corretora.

QUESTÃO 1

(a) Substituindo a matriz $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$ no sistema, verifica-se as igualdades desejadas.

(15, 0 pontos)

Critério de correção:

O candidato que substituiu os valores de $x=3, y=-2$ e $z=0$ e efetuou as operações corretamente atendeu aos objetivos esperados.

(b) Escalonando a matriz aumentada do sistema obtém-se a sequência de matrizes equivalentes

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -6 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -2 \end{bmatrix}.$$

A última matriz da sequência é a matriz aumentada do sistema equivalente

$$\begin{cases} x = 3 \\ y-2z = -2 \end{cases}.$$

Portanto, a solução é $\begin{bmatrix} 3 \\ -2+2z \\ z \end{bmatrix}$.

(10, 0 pontos)

Critério de Correção:

O candidato que identificou a matriz aumentada, escalonou corretamente e determinou a solução, atendeu aos objetivos esperados.

QUESTÃO 2

(a) Fazendo $x=0$ na equação do parabolóide, obtém-se a equação $z=y^{2.}$

(15,0 pontos)

Critério de correção:

O candidato que substituiu o valor de $x=0$ na equação do parabolóide corretamente, atendeu aos objetivos esperados.

(b) Substituindo as equações da reta dada na equação do parabolóide, obtem-se a equação $t^2-t-2=0$, cujas raízes são $t=2$ e $t=-1.$

Substituindo essas raízes nas equações da reta obtém-se, respectivamente, os pontos $P_1(-1, 2, 3)$ e $P_2(-1, -1, 0).$

Critério de correção:

O candidato que substituiu as equações da reta, determinou os valores de t e obteve os pontos de interseção corretamente, atendeu aos objetivos esperados.

QUESTÃO 3

(a) Como cada equipe ganha 3 pontos por vitória e um ponto por empate e a equipe obteve 18 pontos, tem-se a equação $3x+y=18$.

Da condição da equipe ter disputado 10 partidas, tem-se a equação $x+y+z=10$.

Por último, como o número de vitórias é igual a soma dos outros resultados, tem-se $x=y+z$.

Portanto, o sistema de equações em função de x,y e z é :

$$\begin{cases} x+y+z &= 10 \\ 3x+y &= 18 \\ x-y-z &= 0 \end{cases}$$

(15, 0 pontos)

Critério de correção:

O candidato que obteve das condições satisfeitas pela equipe as equações e o sistema que a descreve corretamente atendeu aos objetivos esperados.

(b) A matriz aumentada referente ao sistema que descreve as condições satisfeitas pela equipe é :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 3 & 1 & 0 & 18 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Escalonando, tem-se a seguinte sequência de matrizes equivalentes

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -2 & -3 & -12 \\ 0 & -2 & -2 & 10 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{-1}{2} & 4 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & 6 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{2} & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{-1}{2} & 4 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Dessa forma, a solução do sistema é $x=5$ vitórias, $y=3$ empates e $z=2$ derrotas.

(10, 0 pontos)

Critério de correção:

O candidato que identificou a matriz aumentada, escalonou corretamente e determinou a solução, atendeu aos objetivos esperados.

QUESTÃO 4

(a) Seja $P(x,y,z)$ um ponto qualquer do cone. Este ponto é obtido pela rotação de um ponto $Q(0,y_1,z)$ pertencente a reta $z=2y, x=0$, portanto $z=2y_1$. Seja $C(0,0,z)$ o centro dessa circunferência. Tem-se que

$$d^2(P,C)=d^2(Q,C)\Rightarrow\left(\sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2+(z-z)^2}\right)^2=\left(\sqrt{0^2+(y_1-0)^2+(z-z)^2}\right)^2\Rightarrow x^2+y^2=y_1^2.$$

Portanto, a equação é: $x^2+y^2=\dfrac{z^2}{4}$.

(15, 0 pontos)

Critério de correção:

O candidato que identificou os pontos P, C e Q satisfazendo a relação $d^2(p,C)=d^2(Q,C)$ que caracteriza o cone e obteve a equação do cone corretamente, atendeu aos objetivos esperados.

(b) Fazendo $z=4$ na equação da reta $z=2y$, tem-se $y=2$. Portanto, o raio da circunferência é $r=2$.

(10, 0 pontos)

Critério de correção:

O candidato que substitui o valor de z na equação da reta e obteve o valor de r corretamente atendeu aos objetivos esperados.