

## RESPOSTAS ESPERADAS PRELIMINARES

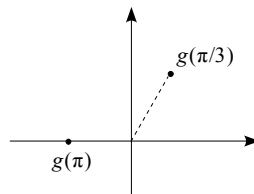
O Centro de Seleção da Universidade Federal de Goiás divulga as respostas esperadas preliminares das questões da prova de Introdução ao Cálculo do Processo Seletivo Estendido 2011-1. Essas respostas serão utilizadas como referência no processo de correção. Serão também consideradas corretas outras respostas que se encaixem no conjunto de ideias que correspondam às expectativas da banca quanto à abrangência e à abordagem do conhecimento. Respostas parciais também serão aceitas, sendo que a pontuação a elas atribuída considerará os diferentes níveis de acerto.

### QUESTÃO 1

- a) De acordo com o teorema de D'Alembert, basta que se tenha  $p(2)=0$ . Mas  $p(2)=16+20-2b+2=0$  implica que  $b=19$ .
- b) Efetuando a divisão  $(2x^3+5x^2-19x+2)\div(x-2)$  obtém-se o quociente  $2x^2+9x-1$  e resto zero.

### QUESTÃO 2

- a)  $g\left(\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{\pi}{3}+i\operatorname{sen}\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$  e  $g(\pi)=\cos\pi+i\operatorname{sen}\pi=-1$ . Graficamente,



- b) Calculando o módulo de  $g(t)$  tem-se  $|g(t)|=\sqrt{\cos^2 t+\operatorname{sen}^2 t}=1$ . Desenvolvendo a expressão  $\frac{1}{g(t)}$  obtém-se  $\frac{1}{\cos t+i\operatorname{sen} t}=\frac{\cos t-i\operatorname{sen} t}{\cos^2 t+\operatorname{sen}^2 t}=\cos(-t)+i\operatorname{sen}(-t)=g(-t)$ .

### QUESTÃO 3

- a) Como  $z_1=-2$  e  $z_2=i$  implicam  $z_2-z_1=2+i$ , disto vê-se que  $|z_2-z_1|^2=2^2+1^2=|z_1|^2+|z_2|^2$ .
- b) Primeiramente observa-se que  $z_2-z_1=z-2$ . Escrevendo  $z=x+iy$  e impondo a condição  $|z_2-z_1|^2=|z_1|^2+|z_2|^2$ , tem-se  $|x+iy-2|^2=|x+iy|^2+|2|^2$ , o que equivale a  $(x-2)^2+y^2=2^2+x^2+y^2$ , logo  $x=0$ . Portanto,  $z=iy$ ,  $y\in\mathbb{R}$  satisfazem a condição dada.

### QUESTÃO 4

- a) Fazendo  $y=x^2$  e substituindo na equação  $x^4+3x^2-4=0$ , obtém-se a equação do segundo grau  $y^2+3y-4=0$ .
- b) Como a equação do segundo grau  $y^2+3y-4=0$  tem raízes  $y=1$  e  $y=-4$ , e,  $y=x^2$ , conclui-se que a equação original tem raízes  $x=\pm 1$  e  $x=\pm 2i$ .

OUTRA SOLUÇÃO PARA O ITEM b): por inspeção verifica-se que  $x=1$  e  $x=-1$  são raízes da equação  $x^4+3x^2-4=0$ , a qual equivale a  $(x-1)(x+1)(x^2+4)=0$  que, além das raízes acima, admite  $x=\pm 2i$  como raízes.