

## RESPOSTAS ESPERADAS PRELIMINARES

O Centro de Seleção da Universidade Federal de Goiás divulga as respostas esperadas preliminares das questões da prova de Geometria Analítica do Processo Seletivo Estendido 2011-1. Essas respostas serão utilizadas como referência no processo de correção. Serão também consideradas corretas outras respostas que se encaixem no conjunto de ideias que correspondam às expectativas da banca quanto à abrangência e à abordagem do conhecimento. Respostas parciais também serão aceitas, sendo que a pontuação a elas atribuída considerará os diferentes níveis de acerto.

### QUESTÃO 1

- a) O ponto  $P$  de encontro entre os objetos  $A$  e  $B$  é a interseção entre as retas que representam suas trajetórias. Sendo assim,

$$1+t = -4+3s$$

$$1+t = -4+3s$$

$$2+t = -1+2s$$

Deste sistema obtém-se  $t=1$  e  $s=2$ . Portanto, o ponto de interseção é  $P=(2, 2, 3)$ .

- b) Substituindo o tempo de 3 minutos nas equações das trajetórias dos objetos  $A$  e  $B$  obtém-se os pontos  $A(3)=(4, 4, 5)$  e  $B(3)=(5, 5, 5)$ . Portanto, a distância entre os objetos  $A$  e  $B$  após decorrido o tempo de três minutos é:

$$d(A(3), B(3)) = \sqrt{(5-4)^2 + (5-4)^2 + (5-5)^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

### QUESTÃO 2

A altura da pirâmide é a distância do vértice  $V$  da pirâmide ao plano da base. O plano da base é definido pelos pontos  $A=(0, 0, 0)$ ,  $B=(2, 0, 0)$  e  $C=(2, 1, 1)$ . Portanto, a equação deste plano é dada por:

$$\alpha: (x, y, z) \cdot [(2, 0, 0) \times (2, 1, 1)] = 0,$$

ou seja,

$$\alpha: (x, y, z) \cdot (0, -2, 2) = 0 \Rightarrow \alpha: -2y + 2z = 0$$

Assim, a altura da pirâmide é:

$$h = d(V, \alpha) = \frac{|-2 \cdot 0 + 2 \cdot 0|}{\sqrt{(-2)^2 + 2^2}} = 2\sqrt{2}$$

### QUESTÃO 3

- a) A área da face do paralelepípedo definida pelos vetores  $u=(1, 2, 1)$ ,  $v=(0, 2, 2)$  é igual à área do paralelogramo definido por esses vetores. Sendo assim, a área da face do paralelepípedo é dado por:

$$\text{Área} = \|u \times v\| = \|(2, -2, 2)\|,$$

isto é,

$$\text{Área} = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 2^2} = 2\sqrt{3}$$

- b) O volume do paralelepípedo definido pelos vetores  $u=(1, 2, 1)$ ,  $v=(0, 2, 2)$  e  $w=(0, 0, 3)$  é dado pelo módulo do produto misto desses vetores, isto é,

$$Volume = |(u \times v) \cdot w| = \left| \det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \right| = 6$$

ou,

$$Volume = |(u \times v) \cdot w| = |(2, -2, 2) \cdot (0, 0, 3)| = 6$$

#### QUESTÃO 4

a) Intersectando a quádrlica com o plano  $x=0$  obtém-se a hipérbole

$$\frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$$

Intersectando a quádrlica com os planos  $z=k$ ,  $k$  constante, obtém-se as circunferências

$$x^2 + y^2 = 4 \left( 1 + \frac{k^2}{9} \right)$$

Portanto, essa superfície é um hiperbolóide de uma folha, obtida pela rotação da hipérbole acima em torno do eixo  $Oz$ .

b) Substituindo  $z=9$  na equação da quádrlica, obtém-se

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} - 1 = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 2,$$

isto é,

$$x^2 + y^2 = 8$$

Assim, a curva de interseção entre a quádrlica e o plano  $z=9$  é uma circunferência de raio  $2\sqrt{2}$  e centro  $(0, 0, 9)$ .