RESPOSTAS ESPERADAS OFICIAIS

O Centro de Seleção da Universidade Federal de Goiás divulga as respostas esperadas oficiais das questões da prova de Introdução ao Cálculo do Processo Seletivo Estendido 2011-1. Essas respostas foram utilizadas como referência no processo de correção. Foram também consideradas corretas outras respostas que se encaixem no conjunto de ideias que correspondam às expectativas da banca quanto à abrangência e à abordagem do conhecimento. Respostas parciais também serão aceitas, sendo que a pontuação a elas atribuída considerará os diferentes níveis de acerto.

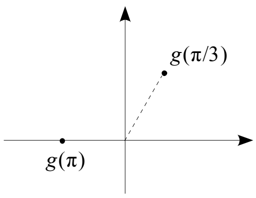
QUESTÃO 1

a) De acordo com o teorema de D'Alembert, basta que se tenha $p(2)=0$. Mas $p(2)=16+20-2b+2=0$ implica que $b=19$.

b) Efetuando a divisão $(2x^3+5x^2-19x+2)\div(x-2)$ obtém-se o quociente $2x^2+9x-1$ e resto zero.

QUESTÃO 2

a) $g\left(\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{\pi}{3}+i\,\text{sen}\,\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ e $g(\pi)=\cos\pi+i\,\text{sen}\,\pi=-1$. Graficamente,



b) Calculando o módulo de $g(t)$ tem-se $|g(t)|=\sqrt{\cos^2 t+\text{sen}^2 t}=1$. Desenvolvendo a expressão $\frac{1}{g(t)}$ obtém-se $\frac{1}{\cos t+i\,\text{sen}\,t}=\frac{\cos t-i\,\text{sen}\,t}{\cos^2 t+\text{sen}^2 t}=\cos(-t)+i\,\text{sen}(-t)=g(-t)$.

QUESTÃO 3

a) Como $z_1=-2$ e $z_2=i$ implicam $z_2-z_1=2+i$, disto vê-se que $|z_2-z_1|^2=2^2+1^2=|z_1|^2+|z_2|^2$.

b) Primeiramente observa-se que $z_2-z_1=z-2$. Escrevendo $z=x+iy$ e impondo a condição $|z_2-z_1|^2=|z_1|^2+|z_2|^2$, tem-se $|x+iy-2|^2=|x+iy|^2+|2|^2$, o que equivale a $(x-2)^2+y^2=2^2+x^2+y^2$, logo $x=0$. Portanto, $z=iy$, $y\in\mathbb{R}$ satisfazem a condição dada.

QUESTÃO 4

a) Fazendo $y=x^2$ e substituindo na equação $x^4+3x^2-4=0$, obtém-se a equação do segundo grau $y^2+3y-4=0$.

b) Como a equação do segundo grau $y^2+3y-4=0$ tem raízes $y=1$ e $y=-4$, e, $y=x^2$, conclui-se que a equação original tem raízes $x=\pm1$ e $x=\pm2i$.

OUTRA SOLUÇÃO PARA O ITEM b): por inspeção verifica-se que $x=1$ e $x=-1$ são raízes da equação $x^4+3x^2-4=0$, a qual equivale a $(x-1)(x+1)(x^2+4)=0$ que, além das raízes acima, admite $x=\pm2i$ como raízes.