RESPOSTAS ESPERADAS OFICIAIS

O Centro de Seleção da Universidade Federal de Goiás divulga as respostas esperadas oficiais das questões da prova de Geometria Analítica do Processo Seletivo Estendido 2011-1. Essas respostas foram utilizadas como referência no processo de correção. Foram também consideradas corretas outras respostas que se encaixem no conjunto de ideias que correspondam às expectativas da banca quanto à abrangência e à abordagem do conhecimento. Respostas parciais também serão aceitas, sendo que a pontuação a elas atribuída considerará os diferentes níveis de acerto.

QUESTÃO 1

a) O ponto P de encontro entre os objetos A e B é a interseção entre as retas que representam suas trajetórias. Sendo assim,

$$1+t=-4+3s$$
$$1+t=-4+3s$$
$$2+t=-1+2s$$

Deste sistema obtém-se $t=1$ e $s=2$. Portanto, o ponto de interseção é $P=(2,2,3)$.

b) Substituindo o tempo de 3 minutos nas equações das trajetórias dos objetos A e B obtém-se os pontos $A(3)=(4,4,5)$ e $B(3)=(5,5,5)$. Portanto, a distância entre os objetos A e B após decorrido o tempo de três minutos é:

$$d(A(3),\, B(3))=\sqrt{(5-4)^2+(5-4)^2+(5-5)^2}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$$

QUESTÃO 2

A altura da pirâmide é a distância do vértice V da pirâmide ao plano da base. O plano da base é definido pelos pontos $A=(0,0,0)$, $B=(2,0,0)$ e $C=(2,1,1)$. Portanto, a equação deste plano é dada por:

$$\alpha:\ (x,y,z)\cdot[((2,0,0)\times(2,1,1))]=0,$$

ou seja,

$$\alpha:\ (x,y,z)\cdot(0,-2,2)=0\ \Rightarrow\ \alpha:\ -2y+2z=0$$

Assim, a altura da pirâmide é:

$$h=d(V,\alpha)=\frac{|-2.0+2.4|}{\sqrt{(-2)^2+2^2}}=2\sqrt{2}$$

QUESTÃO 3

a) A área da face do paralelepípedo definida pelos vetores $u=(1,2,1)$, $v=(0,2,2)$ é igual à área do paralelogramo definido por esses vetores. Sendo assim, a área da face do paralelepípedo é dado por:

$$Área=\|u\times v\|=\|(2,-2,2)\|,$$

isto é,

$$Área=\sqrt{2^2+(-2)^2+2^2}=2\sqrt{3}$$

b) O volume do paralelepípedo definido pelos vetores $u=(1,2,1)$, $v=(0,2,2)$ e $w=(0,0,3)$ é dado pelo módulo do produto misto desses vetores, isto é,

$$Volume = |(u \times v)\cdot w| = \left| det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \right| = 6$$

ou,

$$Volume = |(u \times v)\cdot w| = |(2, -2, 2)\cdot(0, 0, 3)| = 6$$

QUESTÃO 4

a) Intersectando a quádrica com o plano $x = 0$ obtém-se a hipérbole

$$\frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$$

Intersectando a quádrica com os planos $z = k$, k constante, obtém-se as circunferências

$$x^2 + y^2 = 4\left(1 + \frac{k^2}{9}\right)$$

Portanto, essa superfície é um hiperbolóide de uma folha, obtida pela rotação da hipérbole acima em torno do eixo Oz.

b) Substituindo $z = 9$ na equação da quádrica, obtém-se

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} - 9 = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 10,$$

isto é,

$$x^2 + y^2 = 40$$

Assim, a curva de interseção entre a quádrica e o plano $z = 9$ é uma circunferência de raio $2\sqrt{10}$ e centro $(0, 0, 9)$.