

PROCESSO SELETIVO 2005

SEGUNDA ETAPA



CADERNO DE QUESTÕES

2º DIA

MATEMÁTICA I — FÍSICA — QUÍMICA

Grupo 1

SÓ ABRA QUANDO AUTORIZADO

INSTRUÇÕES

1. Após autorização, verifique se este caderno está completo ou se apresenta imperfeições gráficas. Caso contenha defeito, solicite ao aplicador a sua troca.
2. Este caderno contém as provas de Matemática I, Física e Química, com 8 questões cada uma. Utilize as páginas em branco, no final desse caderno, para rascunho.
3. O desenvolvimento das questões deverá ser feito com caneta esferográfica de tinta preta ou azul, nos respectivos Cadernos de Respostas. Não basta colocar a resposta final com caneta; é preciso que você demonstre o desenvolvimento do raciocínio para chegar à resposta. Resoluções a lápis não serão corrigidas.
4. O tempo de duração das provas de hoje é de 5 horas, incluída a leitura dos avisos e a coleta de impressão digital.
5. A tabela periódica dos elementos químicos está disponível, para consulta, na contracapa deste caderno.
6. AO TERMINAR, DEVOLVA OS CADERNOS DE RESPOSTAS AO APLICADOR DE PROVA.

NOME DO CANDIDATO

MATEMÁTICA I**QUESTÃO 1**

Considere um cone circular reto de altura h e raio r , $h > r$, inscrito em uma esfera de raio R . Determine a altura do cone quando $r = \frac{3}{5}R$. **(5,0 pontos)**

QUESTÃO 2

Um campeonato de futebol é organizado com 24 clubes, previamente definidos, divididos em seis grupos ou chaves (A, B, C, D, E, F). Cada grupo tem um cabeça-de-chave, que é um dos seis primeiros colocados no campeonato anterior, enquanto os demais integrantes são escolhidos por sorteio, de modo que, primeiro, monta-se o grupo A (que tem como cabeça-de-chave o primeiro colocado no campeonato anterior), depois o grupo B (que tem o segundo colocado como cabeça-de-chave) e assim por diante.

- Uma vez montados os grupos A e B, de quantas maneiras diferentes o grupo C poderá ser montado? **(2,5 pontos)**
- Antes de iniciar o sorteio, qual a probabilidade de um clube X, que não é cabeça-de-chave, ficar no grupo B? **(2,5 pontos)**

QUESTÃO 3

Seja $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 1$, encontre os valores de A , B e C , para os quais vale a decomposição:

$$\frac{x}{(x-1)(x^2+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+1}. \quad \text{(5,0 pontos)}$$

QUESTÃO 4

Em uma maratona de 42 km, o ponto de saída coincide com o de chegada. Os organizadores da prova definiram que seriam montados pontos de apoio para que um maratonista, que corre 5 m/s em média, encontrasse um desses pontos a cada 10 minutos.

- Quantos pontos de apoio serão montados se na saída/chegada é montado um? **(2,5 pontos)**
- Qual a distância, em metros, entre dois desses pontos consecutivos? **(2,5 pontos)**

QUESTÃO 5

Nas eleições municipais de 2004 em certo município, os dois candidatos que passaram para o segundo turno obtiveram percentuais de votos válidos, conforme a tabela abaixo:

	Primeiro turno	Segundo turno
Candidato A	47%	58%
Candidato B	23%	42%

- Considerando o desempenho de cada candidato no primeiro turno, qual foi o crescimento percentual de cada um, do primeiro para o segundo turno? **(1,5 ponto)**
- No segundo turno, as pesquisas mostraram que, no eleitorado com menos de 30 anos (50% do total de eleitores), o candidato B obteve 60% dos votos válidos. Qual a porcentagem dos votos válidos obtidos por esse candidato no eleitorado acima de 30 anos? **(3,5 pontos)**

QUESTÃO 6

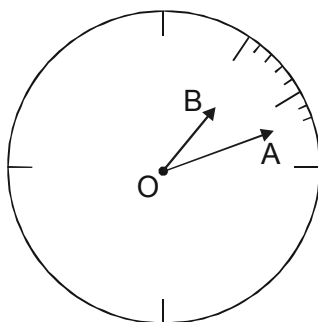
Dado o sistema de equações:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0 \\ y = mx, \quad m \in \mathbb{R} \end{cases}$$

- a) Represente graficamente, no plano cartesiano, o sistema quando a reta $y = mx$ passa pelo centro da circunferência descrita pela primeira equação. **(2,5 pontos)**
- b) Determine o conjunto de valores de m para que o sistema admita duas soluções. **(2,5 pontos)**

QUESTÃO 7

O mostrador do relógio de uma torre é dividido em 12 partes iguais (horas), cada uma das quais é subdividida em outras 5 partes iguais (minutos). Se o ponteiro das horas (OB) mede 70 cm e o ponteiro dos minutos (OA) mede 1 m, qual será a distância AB, em função do ângulo entre os ponteiros, quando o relógio marcar 1 hora e 12 minutos? **(5,0 pontos)**

**QUESTÃO 8**

Em um sítio destinado à produção de leite, o custo mensal com a mão-de-obra é de R\$ 360,00 fixos, mais 10% do total, T , arrecadado com a venda do leite. Os demais custos de produção representam juntos 45% de T .

- a) Expresse o lucro, obtido em um mês, em função de T . **(2,5 pontos)**
- b) Se o litro do leite é vendido por R\$ 0,50, qual a quantidade mínima de leite que deve ser produzida ao mês para que o produtor não tenha prejuízo? **(2,5 pontos)**

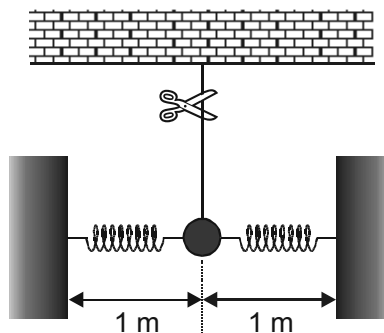
FÍSICA

QUESTÃO 9

Com base nas observações do astrônomo Tycho Brahe, Kepler formulou três leis para o movimento planetário. Uma delas relaciona o quadrado do período de revolução do planeta em torno do Sol e o cubo da distância média entre eles: $T^2 = Cd^3$. Partindo da Lei da Gravitação Universal de Newton, demonstre essa Lei de Kepler e obtenha a constante de proporcionalidade C . Considere que o Sol, de massa M , está em repouso e que o planeta, de massa m , descreve uma órbita circular em torno dele. Despreze a influência de outros planetas. **(5,0 pontos)**

QUESTÃO 10

No sistema representado na figura abaixo, as duas molas são iguais, têm 1 m de comprimento e estão relaxadas. Quando o fio é cortado, a esfera de massa 5,1 kg desce 1 m até parar momentaneamente.



Dados:

$$\sqrt{2} = 1,41$$

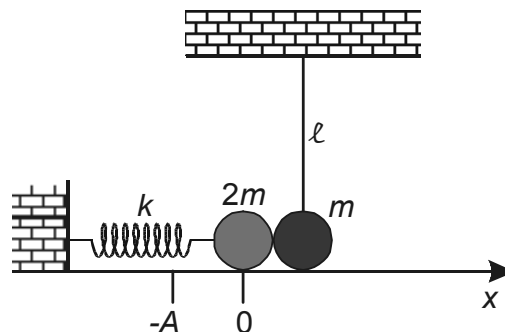
$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

Calcule:

- o valor da constante elástica k das molas; **(2,0 pontos)**
- a energia cinética da massa após ter descido 75 cm. **(3,0 pontos)**

QUESTÃO 11

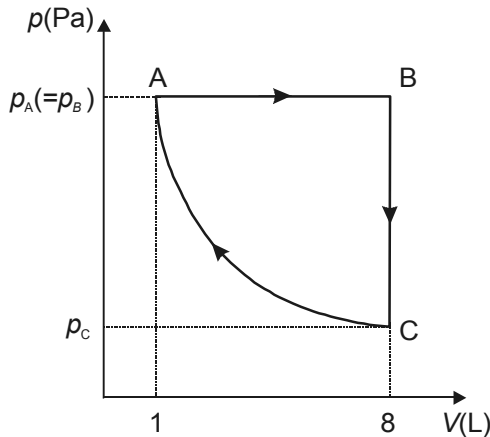
No experimento representado na figura abaixo, as duas esferas são rígidas e têm o mesmo raio, porém a da esquerda tem o dobro da massa daquela do pêndulo. A esfera ligada à mola de constante elástica k pode deslizar sem atrito sobre a superfície horizontal e o fio do pêndulo é inextensível e tem massa desprezível. A esfera ligada à mola, quando abandonada do repouso a partir da posição $x = -A$, sofre uma colisão perfeitamente elástica com a esfera do pêndulo.



- Qual deve ser o comprimento ℓ do fio para que a frequência do pêndulo seja igual à frequência do sistema massa-mola? **(1,0 ponto)**
- Calcule as velocidades de ambas as esferas imediatamente antes e imediatamente após o primeiro choque. **(2,0 pontos)**
- Devido ao sincronismo, as duas esferas voltam a colidir na mesma posição. Quais as suas velocidades imediatamente após esse segundo choque? **(2,0 pontos)**

QUESTÃO 12

Uma máquina térmica contendo um gás monoatômico, que obedece à lei dos gases ideais, realiza o ciclo representado no diagrama abaixo.



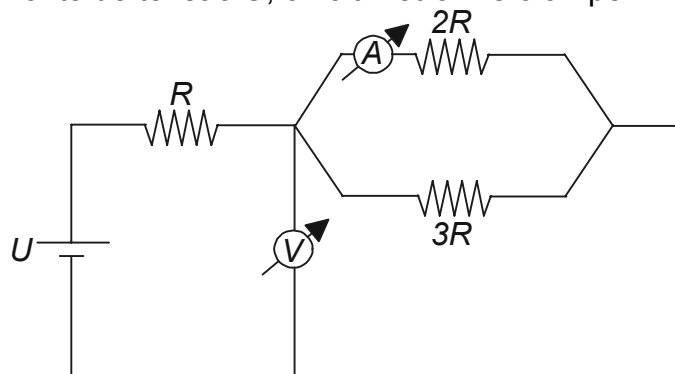
Dados:
 Calor molar a volume constante = $3R/2$
 Calor molar a pressão constante = $5R/2$

O processo CA é adiabático e obedece à equação $pV^{5/3} = 2 \text{ J.m}^2$. Calcule:

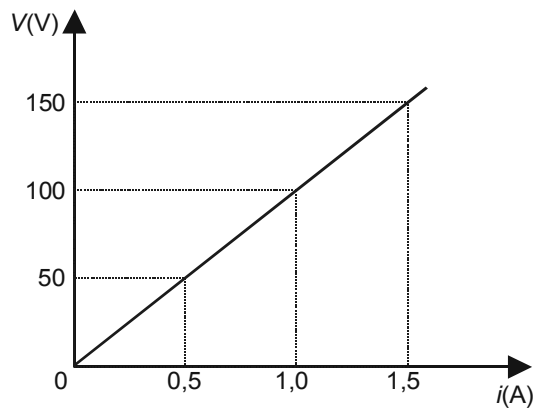
- a) o calor recebido ou cedido em cada processo; **(3,0 pontos)**
- b) o trabalho no processo CA. **(2,0 pontos)**

QUESTÃO 13

No circuito abaixo, a fonte de tensão U , o voltímetro V e o amperímetro A são ideais.



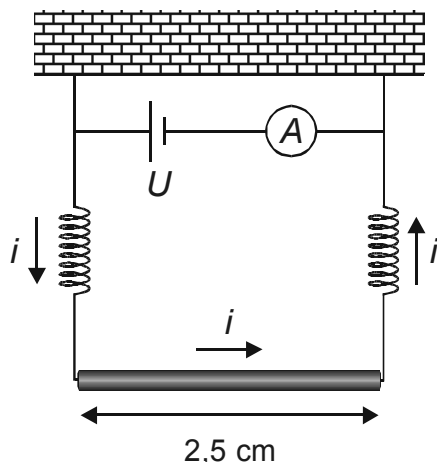
Variando os valores da tensão na fonte e medindo a diferença de potencial no voltímetro e a corrente no amperímetro, construiu-se o gráfico abaixo.



Calcule a resistência equivalente do circuito. **(5,0 pontos)**

QUESTÃO 14

Para medir a intensidade de um campo magnético uniforme, utiliza-se o aparato ilustrado na figura abaixo.



O fio condutor tem comprimento 2,5 cm e massa 1,0 g; as molas, condutoras de eletricidade, têm constante elástica 5,0 N/m. Quando a tensão elétrica está desligada as molas apresentam deformação de 2,0 mm. Com a tensão ajustada para produzir uma corrente de 1,0 A as molas retornam ao estado natural. Dado que o campo magnético é perpendicular ao plano da figura, determine a sua magnitude e o seu sentido. Despreze os efeitos da corrente e do campo sobre as molas. **(5,0 pontos)**

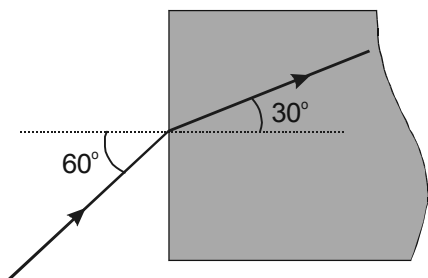
QUESTÃO 15

A cor amarela característica das lâmpadas de vapor de sódio tem comprimento de onda de 590 nm e é o resultado de transições eletrônicas do subnível 3p para o subnível 3s do átomo de sódio. Calcule, em elétron-volts, a diferença de energia entre esses subníveis. **(5,0 pontos)**

Dados:
 Velocidade da luz = 300 000 km/s
 Constante de Planck = $4,1 \times 10^{-15}$ eV.s

QUESTÃO 16

Um feixe estreito de luz monocromática, propagando-se inicialmente no ar, penetra em um meio transparente, formando ângulos de 60° e 30° com a normal, como ilustrado na figura abaixo.



Dados:
 Índice de refração do ar = 1,00
 Velocidade da luz no ar = 3×10^8 m/s
 Comprimento de onda da luz no ar = 633 nm

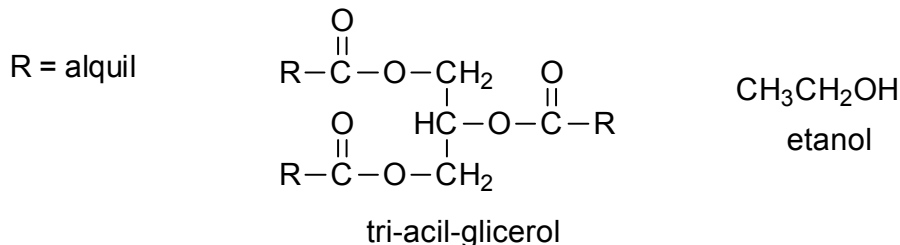
Calcule o comprimento de onda da luz no novo meio.

(5,0 pontos)

QUÍMICA

QUESTÃO 17

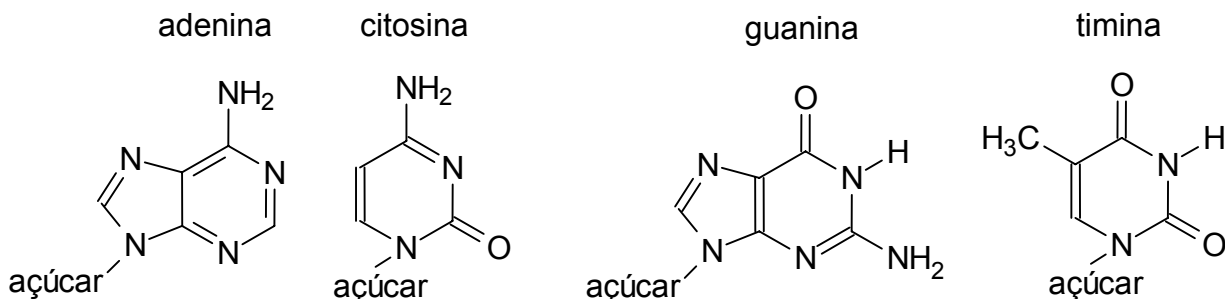
Os óleos vegetais são utilizados, desde a antiguidade, para a obtenção de sabões, através de reações com substâncias alcalinas. Atualmente, vêm sendo explorados, com sucesso, na produção de biodiesel, através de uma reação de transesterificação com etanol, sob catálise ácida. A seguir, estão representadas as fórmulas estruturais de um tri-acil-glicerol e do etanol.



- a) Escreva a equação química da reação entre um tri-acil-glicerol e uma base, na obtenção de um sabão. **(2,5 pontos)**
- b) Escreva a equação química da reação de transesterificação entre um tri-acil-glicerol e o etanol, na obtenção do biodiesel. **(2,5 pontos)**

QUESTÃO 18

O ácido desoxirribonucleico (DNA) é uma macromolécula formada por duas cadeias. Em cada uma dessas cadeias, existem açúcares e fosfatos que se alternam. Ligadas aos açúcares existem bases nitrogenadas que unem essas cadeias, por pontes de hidrogênio. Uma seqüência de bases, em uma cadeia, é complementar à outra, assim: ---ATCCGAG--- ligado a ---TAGGCTC---. A seguir, estão as fórmulas estruturais planas dessas bases:



Represente as pontes de hidrogênio que ocorrem entre as bases do DNA. **(5,0 pontos)**

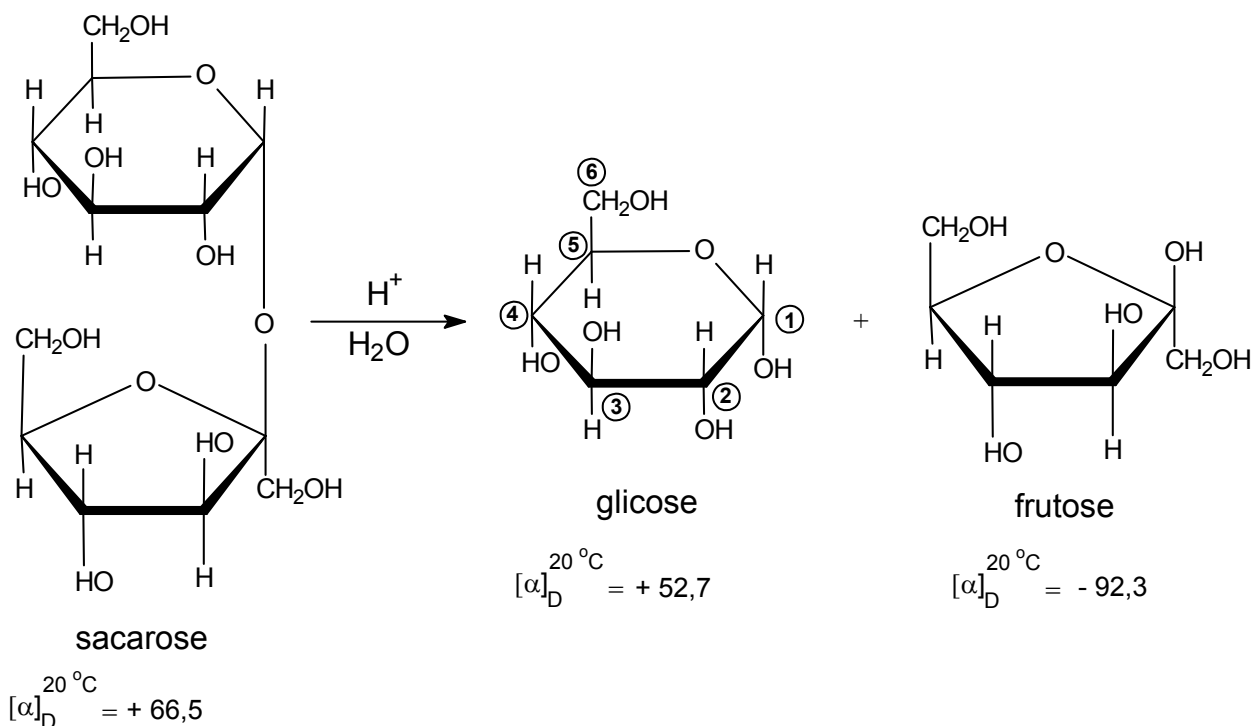
QUESTÃO 19

A umidade relativa do ar é definida como o quociente entre a pressão parcial do vapor d'água, no ar, e a pressão máxima de vapor d'água, no ar, em uma dada temperatura. Por sua vez, a pressão parcial de um gás, em um ambiente, está para a pressão total assim como o volume parcial está para o volume total. Considere um ambiente com 2,5 m de altura, 3,0 m de largura e 2,0 m de comprimento em um dia em que a temperatura atinge a marca dos 30 °C. Sabe-se que, nessas condições, a pressão parcial de vapor d'água é igual a 25,0 mmHg e que a pressão máxima de vapor d'água é igual a 31,8 mmHg.

- a) Determine a umidade relativa do ar, nesse ambiente. **(1,5 ponto)**
- b) Determine o volume de água, no estado líquido, existente nesse ambiente, considerando que a pressão total é de 760 mmHg. (Dados: R = 62,3 mmHg.L / K.mol; d_{água} = 1 g/cm³). **(3,5 pontos)**

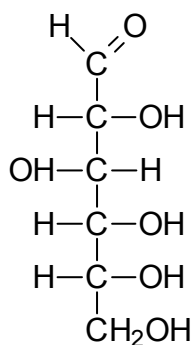
QUESTÃO 20

A sacarose, em meio aquoso ácido, sofre hidrólise produzindo glicose e frutose que co-existem, nessa solução, nas formas aberta e fechada. O produto dessa hidrólise é chamado de “açúcar invertido”. A equação química da reação é mostrada, a seguir:



Em que $[\alpha]_D^{20^\circ\text{C}}$ é o valor do desvio da luz polarizada, a 20°C .

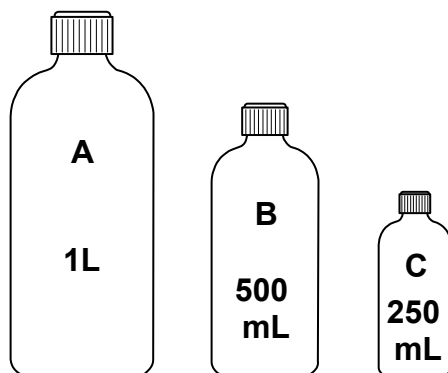
- a) Numere os carbonos na estrutura, a seguir, correspondentemente com os numerados na forma fechada. **(2,0 pontos)**



- b) Explique por que o produto da hidrólise da sacarose recebe o nome de “açúcar invertido”. **(3,0 pontos)**

QUESTÃO 21

Em um laboratório existem três frascos, como representados a seguir:



Sobre o conteúdo desses frascos, sabe-se que:

- O frasco A contém uma solução que conduz corrente elétrica.
- O frasco B contém uma solução cuja concentração é de $0,55 \text{ mol L}^{-1}$.
- O frasco C contém uma solução que apresenta espécies dissociadas.
- Os frascos contêm 50 g de soluto, cada.
- Os frascos podem conter, como soluto, glicose ou cloreto de sódio.
- Os frascos contêm água, como solvente, em uma quantidade suficiente para completar o volume especificado no rótulo.

Quais os solutos e as suas concentrações em cada frasco? Justifique sua resposta.

(5,0 pontos)

QUESTÃO 22

A composição de um gás proveniente do processo de carbonização a $1000 \text{ }^\circ\text{C}$ é dada, a seguir:

Substância	% em massa
CO_2	6,0
CO	8,0
H_2	50,0
CH_4	34,0
N_2	2,0

Determine a quantidade de carbono em 1,0 kg desse gás.

(5,0 pontos)

QUESTÃO 23

Leia as informações contidas no quadro, a seguir:

Confira como funciona uma das etapas exigidas para a fabricação da bomba atômica e centro da polêmica Brasil-EUA

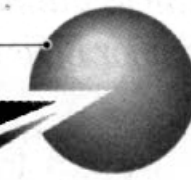
COMPOSIÇÃO DO URÂNIO (U)

O urânio natural contém átomos de diferentes massas chamados de isótopos, principalmente U-238 e U-235

Urânio-238 **99,3%**

Urânio-235 **0,7%**

Outros isótopos **<0,01%**



CONCENTRAÇÃO DO URÂNIO

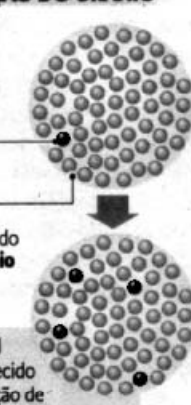
Urânio natural **0,7% de urânio combustível**

Urânio-235 **combustível**

Urânio-238 **combustível**

Urânio enriquecido **3% a 5% de urânio combustível**

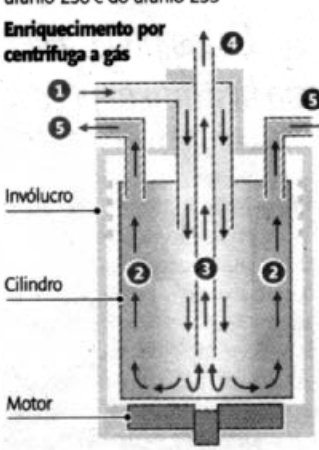
O urânio natural deve ser enriquecido até a concentração de 3 a 5% de urânio-235 antes de ser usado como combustível em usinas nucleares



ENRIQUECIMENTO

É o processo de separação do urânio-238 e do urânio-235

Enriquecimento por centrífuga a gás



- 1 O gás hexafluoreto de urânio alimenta o cilindro e o faz girar em altas velocidades
- 2 Moléculas pesadas de U-238 são expulsas do cilindro
- 3 Moléculas mais leves de U-235 se concentram no centro do cilindro
- 4 O gás levemente enriquecido de U-235 alimenta o próximo estágio
- 5 O gás levemente esgotado de U-235 realimenta o estágio inicial

Fonte: Comissão Reguladora de Energia Nuclear dos EUA

O POPULAR, Goiânia, 23 de out. 2004, p. 23. [Adaptado].

- a) Determine a massa atômica do urânio, na amostra natural e na amostra enriquecida a 5%. Considere apenas os isótopos 235 e 238. **(2,5 pontos)**
- b) Explique como, no “processo de separação”, o urânio 238 é enriquecido em urânio 235. **(2,5 pontos)**

QUESTÃO 24

Observe o esquema, ao lado:

- a) Escreva a equação química que representa a reação que ocorrerá no kitassato, após a abertura da torneira do funil de Squibb. **(1,5 ponto)**
- b) Determine a densidade da solução que se formará no erlenmeyer, considerando que todo o gás produzido reagirá com a água. ($d_{\text{água}} = 1 \text{ g/cm}^3$). **(3,5 pontos)**

