UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO
CENTRO DE SELEÇÃO

O Centro de Seleção da Universidade Federal de Goiás coloca à disposição dos candidatos as ***respostas esperadas oficial*** para cada questão de todas as provas da 2.ª Etapa do Processo Seletivo/2005.

Essas respostas foram utilizadas como <u>referência</u> no processo de correção. Algumas das respostas estão apresentadas em forma de itens (esquemática), outras de modo textual. Existem várias possibilidades de resposta correta, quanto à forma e à abordagem do conhecimento, e inúmeras, dependendo da área ou do que é pedido na questão. Todas as respostas que abordaram de maneira pertinente o problema envolvido na questão, foram devidamente consideradas.

Esclareça-se que foram aceitas respostas parciais, conforme os diferentes níveis de acerto, tendo como princípio orientador a valorização do acerto do candidato e não do erro por ele cometido.

Espera-se que essa publicação seja útil para a avaliação do desempenho e o entendimento do resultado alcançados nessas provas.

Profa. Dra. Gisele Guimarães
– Presidente do Centro de Seleção –

Goiânia, 2 de fevereiro de 2005.

MATEMÁTICA I

QUESTÃO 1

Seja R o raio da esfera. Pelo teorema de Pitágoras: $R^2 = r^2 + (h-R)^2$.

Como $r = \frac{3}{5}R$, voltando à expressão anterior, chega-se a $h^2 - 2hR + \frac{9}{25}R^2 = 0$.

Resolvendo a equação acima, considerando que h > r, chega-se a: $h = \frac{9}{5}R$. **(5,0 pontos)**

QUESTÃO 2

a) Indicam-se os cabeças-de-chave pelas letras a,b,c,d,e,f. Levando em conta que foram "gastos" seis clubes para montar os grupos A e B, tem-se:

Grupo A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Grupo E	Grupo F
a	b	c	d	e	f
1	4	___	___	___	___
2	5	___	___	___	___
3	6	___	___	___	___

Com os 12 clubes restantes calcula-se as possibilidades que são:

$$C_3^{12} = \binom{12}{3} = \frac{12!}{3!(12-3)!} = 220.$$ **(2,5 pontos)**

b) Diz a regra: "... primeiro monta-se o grupo A...", daí, as probabilidades a serem consideradas são:

a probabilidade de ficar no grupo A: $\frac{3}{18} = \frac{1}{6}$. A probabilidade de não ficar no grupo A é: $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$.

Logo, a probabilidade de ficar no grupo B é: $\frac{3}{15} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$. **(2,5 pontos)**

QUESTÃO 3

"Tirando o mínimo" obtém-se $\frac{A(x^2+1)+(Bx+C)(x-1)}{(x-1)(x^2+1)} = \frac{x}{(x-1)(x^2+1)}$.

Da identidade $(A+B)x^2 + (-B+C)x + A - C = x$, chega-se ao sistema $\begin{cases} A+B=0 \\ -B+C=1 \\ A-C=0 \end{cases}$.

Resolvendo o sistema obtém-se: $A = C = \frac{1}{2}$ e $B = -\frac{1}{2}$. **(5,0 pontos)**

QUESTÃO 4

a) Correndo a 5 m/s (18 km/h) o tempo necessário para completar a prova é 2 horas e 20 minutos $= \frac{42}{18}$, isto é, 140 min, implicando a existência de 14 pontos de apoio. **(2,5 pontos)**

b) Sabendo-se que são 14 os pontos de apoio tem-se um ponto de apoio a cada $\frac{42}{14}$ = 3 km.

(2,5 pontos)

QUESTÃO 5

a) Sejam P_1 (respectivamente P_2) o porcentual de crescimento do candidato A (respectivamente B). Pode-se exprimir

$$47(1+P_1) = 58 \qquad 23(1+P_2) = 42,$$

donde pode-se concluir:

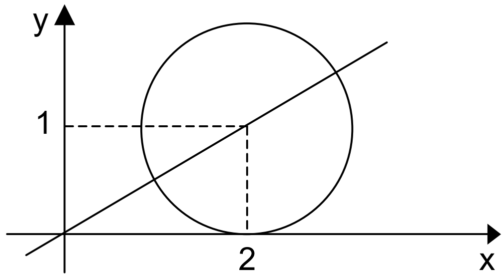
$P_1 = \dfrac{11}{47}$ e $P_2 = \dfrac{19}{23}$. Aproximadamente: P_1 = 23,40% e P_2 = 82,60%. **(1,5 ponto)**

b) Indicando por X a quantidade de eleitores com menos de 30 anos, tem-se $X = \dfrac{T}{2}$, onde é T o total de eleitores. O porcentual de votos de B no segundo turno, no eleitorado acima de 30 anos, é dado por $\dfrac{42}{100}T - \dfrac{60}{100}X = \dfrac{42}{100}T - \dfrac{60}{100}\dfrac{T}{2} = \dfrac{12}{100}T$, isto é, 12% do total que é equivalente a 24% do eleitorado acima de 30 anos.

(3,5 pontos)

QUESTÃO 6

a) A circunferência tem centro C(2,1) e raio 1.



(2,5 pontos)

b) Substituindo $y = mx$ na equação $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$, obtém-se:

$(1+m^2)x^2 - (4+2m)x + 4 = 0$. Para que hajam duas soluções, o discriminante deve ser positivo:

$\Delta = (4+2m)^2 - 16(1+m^2) > 0$.

Disto conclui-se que $0 < m < \dfrac{4}{3}$. **(2,5 pontos)**

QUESTÃO 7

Note que o ângulo $A\hat{O}B$ = 36º. Usando a lei dos cossenos, exprime-se
$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 36^0$.
Usando as medidas OA = 1m e OB = 0,7 m e simplificando, obtém-se $\text{AB} = \sqrt{1{,}49 - 1{,}4\cos 36^0}$ m.
(5,0 pontos)

QUESTÃO 8

a) Indique-se por C_1 o custo com a mão de obra e C_2 os demais custos.

Sabe-se que C_1 = 360 + 0,1 T e C_2 = 0,45 T.

A partir disto, monta-se a função lucro: $L(T) = T - C_1 - C_2 = 0{,}45T - 360$. **(2,5 pontos)**

b) Seja X a quantidade de litros de leite produzida em um mês. Como T = 0,50 X, o lucro obtido em um mês em função de X é $L(X) = 0{,}45 \cdot 0{,}50X - 360$. O valor de X para que $L(X)$ = 0 é X = 1600.
(2,5 pontos)

FÍSICA

QUESTÃO 9

$$F_g = \frac{GmM}{d^2} \quad e \quad F_c = \frac{mv^2}{d}$$

$$F_g = F_c$$

$$\frac{GmM}{d^2} = \frac{mv^2}{d}, \ onde \quad v = \frac{2\pi d}{T}$$

$$\frac{GM}{d} = \frac{4\pi^2 d^2}{T^2} \quad \Rightarrow \quad T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} d^3 \quad e \quad C = \frac{4\pi^2}{GM}$$

(5,0 pontos)

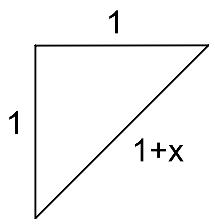
QUESTÃO 10

a) Instante em que pára momentaneamente:

$$E_{P\,gravitacional} = E_{P\,mola}$$

$$mgh = 2\left(\frac{kx^2}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad k = \frac{mgh}{x^2}$$

$$(1+x)^2 = 1^2 + 1^2 \quad \Rightarrow \quad 1 + x = \sqrt{2} = 1{,}41 \quad \Rightarrow \quad x = 0{,}41$$



Portanto:

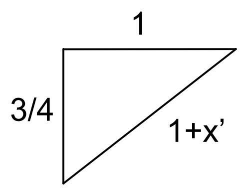
$$k = \frac{5{,}1 \times 10 \times 1}{(0{,}41)^2} \approx \frac{51}{0{,}17} \quad \Rightarrow \quad k \approx 300\ N/m$$

(2,0 pontos)

b) Instante após descer 75 cm:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + mgh' + kx'^2$$

$$(1+x')^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 + 1^2 = \frac{25}{16} \quad \Rightarrow \quad 1 + x' = \frac{5}{4} \quad \Rightarrow \quad x' = \frac{1}{4} = 0{,}25$$



Portanto:

$$E_C = \frac{mv^2}{2} = mg(h - h') - kx'^2 = 5{,}1 \times 10 \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) - \frac{300}{16} = \frac{153 - 75}{4} = \frac{78}{4} \quad \Rightarrow \quad E_C = 19{,}5\ J$$

(3,0 pontos)

QUESTÃO 11

a) Freqüência do pêndulo: $f_p = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$ Freqüência do sistema massa-mola: $f_m = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{2m}}$

Para que ocorra o sincronismo: **(1,0 ponto)**

$$\sqrt{\frac{g}{\ell}} = \sqrt{\frac{k}{2m}} \quad \Rightarrow \quad \ell = \frac{2mg}{k}$$

b) Conservação da energia antes da colisão:

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{2mv^2}{2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{kA^2}{2m}}$$

<u>1ª Colisão</u>

Conservação da quantidade de movimento: $2mv = 2mv_1 + mv_2 \quad \Rightarrow \quad 2v_1 + v_2 = 2v$

Inversão do sentido da velocidade relativa: $0 - v = -(v_2 - v_1) \quad \Rightarrow \quad v_1 - v_2 = -v$

Logo: $v_1 = v/3 \quad e \quad v_2 = 4v/3$

Portanto: $v_1 = \dfrac{1}{3}\sqrt{\dfrac{kA^2}{2m}}$ e $v_2 = \dfrac{4}{3}\sqrt{\dfrac{kA^2}{2m}}$ **(2,0 pontos)**

c)

<u>2ª Colisão</u>

Conservação da quantidade de movimento:

$$2m\left(-\frac{v}{3}\right) + m\left(-\frac{4v}{3}\right) = 2mv'_1 + mv'_2 \quad \Rightarrow \quad 2v'_1 + v'_2 = -2v$$

Inversão do sentido da velocidade relativa: $-\dfrac{v}{3} + \dfrac{4v}{3} = -(v'_1 - v'_2) \quad \Rightarrow \quad v'_1 - v'_2 = -v$

Logo: $v'_1 = -v$ e $v'_2 = 0$

Portanto: $v'_1 = -\sqrt{\dfrac{kA^2}{2m}}$ e $v'_2 = 0$ **(2,0 pontos)**

QUESTÃO 12

a)

$$pV^{5/3} = 2 \quad \Rightarrow \quad p_A = p_B = \frac{2}{\left(10^{-3}\right)^{5/3}} = 2\times 10^5 \ Pa \quad ; \quad p_C = \frac{2}{\left(8\times 10^{-3}\right)^{5/3}} = \frac{1}{16}\times 10^5 \ Pa$$

$$pV = nRT \quad \Rightarrow \quad nR\Delta T = \Delta(pV)$$

$$Q_{AB} = nc_p\Delta T_{AB} = \frac{5}{2}nR(T_B - T_A) = \frac{5}{2}(p_BV_B - p_AV_A) = \frac{5}{2}\times 2\times 10^5\times(8-1)\times 10^{-3} = 3500 \ J$$

$$Q_{BC} = nc_V\Delta T_{BC} = \frac{3}{2}nR(T_C - T_B) = \frac{3}{2}(p_CV_C - p_BV_B) = \frac{3}{2}\times\left(\frac{1}{16} - 2\right)\times 10^5\times 8\times 10^{-3} = -2325 \ J$$

$$Q_{CA} = 0$$

(3,0 pontos)

b)

No ciclo, $\Delta U = 0$, $W_{BC} = 0$ e $W_{AB} = p_A(V_B - V_A) = 2\times 10^5\times(8-1)\times 10^{-3} = 1400 \ J$:

$$0 = Q_{AB} + Q_{BC} - W_{AB} - W_{CA} \quad \Rightarrow \quad W_{CA} = 3500 - 2325 - 1400 = -225 \text{ J}$$

(2,0 pontos)

QUESTÃO 13

Do gráfico:

$$2R = \frac{V}{I} = 100\,\Omega \quad \Rightarrow \quad R = 50\,\Omega$$

Tendo o valor de *R,* pode-se calcular a resistência equivalente:

$$R_{eq} = R + \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{3R}\right)^{-1} = \frac{11R}{5} = \frac{11\times 50}{5} \quad \Rightarrow \quad R_{eq} = 110\,\Omega$$

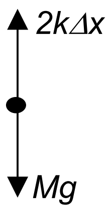
(5,0 pontos)

QUESTÃO 14

U = 0

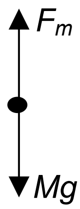
P=$F_{elástica}$

$$Mg = 2k\Delta x \quad (1)$$



U ≠ 0

$$F_m = iLB = Mg \quad (2)$$



Combinando (1) e (2)

$$2k\Delta x = iLB \quad \Rightarrow \quad B = \frac{2k\Delta x}{iL} = \frac{2\times 5{,}0\times 2{,}0\times 10^{-3}}{1{,}0\times 2{,}5\times 10^{-2}} \quad \therefore \quad B = 0{,}80\,T\text{, entrando no plano do papel.}$$

(5,0 pontos)

OBS.:
Devido a erro de digitação, a massa do fio aparece no enunciado como sendo 1g. A resposta obtida diretamente da e-quação 2, que resulta em B = 0,40 T, também foi aceita.

QUESTÃO 15

$\Delta E = hf = h\dfrac{c}{\lambda} = 4{,}1\times 10^{-15}\times\dfrac{3\times 10^{8}}{590\times 10^{-9}} \quad \therefore \quad \Delta E = 2{,}08\ eV$ **(5,0 pontos)**

QUESTÃO 16

Na interface entre os meios tem-se

$$n_0 \times \text{sen}\,60^o = n\times \text{sen}\,30^o \quad \Rightarrow \quad 1\times\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{c}{v}\times\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{c}{\sqrt{3}} = \frac{c\sqrt{3}}{3}$$

mas $v = \lambda f$ *e* $c = \lambda_o f$,

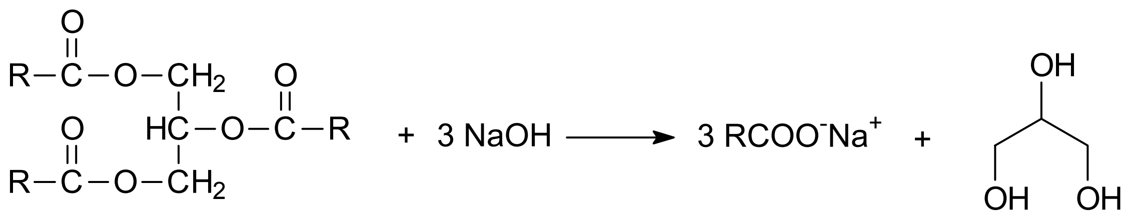
então

$\lambda f = \lambda_o f\,\dfrac{\sqrt{3}}{3} \quad \therefore \quad \lambda = 633\dfrac{\sqrt{3}}{3}\ nm \quad ou \quad \lambda = 365\ nm$ **(5,0 pontos)**

QUÍMICA

QUESTÃO 17

a)

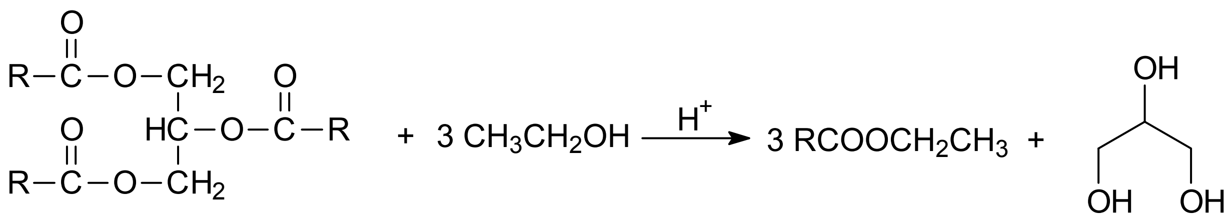


OU

$R_3C_6H_5O_6 + 3\ NaOH \longrightarrow 3\ RCOO^-\ Na^+ + C_3H_8O_3$

(2,5 pontos)

b)

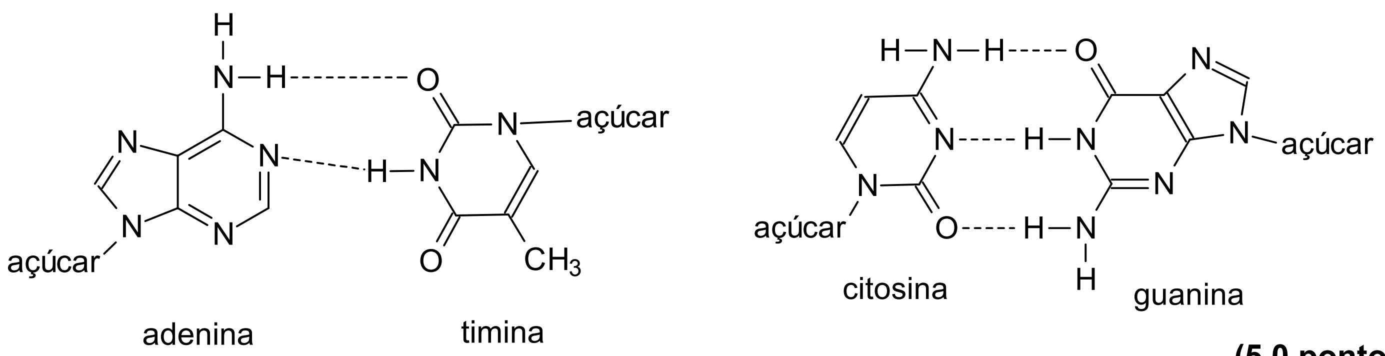


OU

$R_3C_6H_5O_6 + 3\ C_2H_6O \xrightarrow{H^+} 3\ RCOOCH_2CH_3 + C_3H_8O_3$

(2,5 pontos)

QUESTÃO 18



(5,0 pontos)

QUESTÃO 19

a) $URA = \frac{Pparcial}{Pmáxima}$ $URA = \frac{25}{31{,}8} = 0{,}79$ ou 79%

(1,5 ponto)

b) Volume do quarto = 2,5 x 3,0 x 2,0 = 15,0 m^3

Composição porcentual = $\frac{25mmHg}{760mmHg} = X/100$ X= 3,29 %

Volume parcial em litros de vapor d'água:

15000 L----------------------100%
X-------------------------------3,29%
X = 493,5 litros de vapor d'água.

PV = nRT

$n = \frac{PV}{RT} = \frac{760x493{,}5}{62{,}3x303} = 19{,}9$ mol

Massa de água = 19,9 mol x 18 g (massa molar) = 358,2 g

d = m/V 1,0 = 358,2/V

Volume da água = 358,2 mL

OU

$\frac{P_{parcial}}{P_{total}} = \frac{V_{parcial}}{V_{total}} \Rightarrow \frac{25mmHg}{760mmHg} = \frac{V_{parcial}}{15000L} \Rightarrow V_{parcial} = 493{,}5$ L

PV = nRT

$n = \frac{PV}{RT} = \frac{760x493{,}5}{62{,}3x303} = 19{,}9$ mol

Massa de água = 19,9 mol x 18 g (massa molar) = 358,2 g

d = m/V 1,0 = 358,2/V

Volume da água = 358,2 mL

OU

PV = nRT

$n = \frac{PV}{RT} = \frac{25x15.000}{62{,}3x303} = 19{,}9$ mol

Massa de água = 19,9 mol x 18 g (massa molar) = 358,2 g

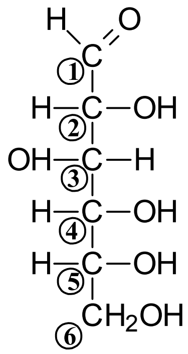
d = m/V 1,0 = 358,2/V

Volume da água = 358,2 mL

(3,5 pontos)

QUESTÃO 20

a)



(2,0 pontos)

b) Uma solução de sacarose desvia o plano da luz polarizada para a direita, conforme pode ser observado pelo valor de $[\alpha]_D^{20\ °C}$ = + 66,5 °. Já a solução resultante da hidrólise (glicose + frutose) desvia o plano da luz polarizada para a esquerda, uma vez que $[\alpha]_D^{20\ °C}$ da glicose = + 52,7 ° e o da frutose é de -92,3 °, sendo a resultante o valor da soma desses valores, que será igual a -39,6 º. Desse modo, como houve inversão do sinal do desvio sofrido pela luz polarizada, diz-se que o açúcar é "invertido". **(3,0 pontos)**

QUESTÃO 21

- Frasco A – NaCl (0,85 mol L^{-1}) porque uma solução aquosa contendo íons dissolvidos conduz corrente elétrica.
- Frasco B – Glicose (0,55 mol L^{-1}) porque 50 g de glicose equivalem a 0,275 mol que divido por 0,5 L resulta em uma concentração de 0,55 mol L^{-1}.
- Frasco C – NaCl (3,42 mol L^{-1}) porque o soluto NaCl em solução aquosa se dissocia nos íons Na^+(aq) e Cl^-(aq). **(5,0 pontos)**

QUESTÃO 22

1 mol do gás --------118 g

118 gramas ------100% do gás
36 gramas de carbono no gás ------X % do gás
X = 30,5% do gás

1000 g do gás -------100%
X ----------------30,5%
X = 305 g de carbono em 1000 g de gás. **(5,0 pontos)**

QUESTÃO 23

a) Massa atômica do urânio enriquecido a 5% = $\frac{5x235 + 95x238}{100}$ = 237,85 u

Massa atômica do urânio natural a 0,7% = $\frac{0,7x235 + 99,3x238}{100}$ = 237,98 u **(2,5 pontos)**

b) Pela diferença de densidade. Como o urânio 235 é menos denso que o 238, ele se acumula no centro do cilindro em rotação, sendo então aspirado e separado do 238, que se acumula próximo às paredes do cilindro. **(2,5 pontos)**

QUESTÃO 24

a) $H_2SO_4(l) + 2NaCl(s) \rightarrow Na_2SO_4(s) + 2HCl(g)$ **(1,5 ponto)**

b) 1 mol de NaCl ——— 58,5 gramas
X mol de NaCl ——— 78 gramas

X = 1,33 mol de NaCl.

Como 1 mol de NaCl produz 1 mol de HCl, 1,33 mol de NaCl produzirá 1,33 mol de HCl. Como o mol do HCl é de 36,5 gramas, 1,33 x 36,5 gramas é igual a 48,54 gramas de HCl, a massa que será produzida.

Considerando que as 48,54 gramas de HCl produzidas reagirão com a água do erlenmyer, teremos que a massa da solução será de 250 gramas de água + 48,54 gramas de HCl, que é igual a 298,54 gramas de solução. Essa massa dividida pelo volume que é de 250 mL dá o valor da densidade que é de 1,19 $g.mL^{-1}$. **(3,5 pontos)**